

Písemná maturitní zkouška z matematiky - vzor

I. příklad (30 bodů)

a) Určete definiční obor daného výrazu a potom ho zjednodušte:

$$\frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} \quad (9 \text{ bodů})$$

b) Řešte rovnici a výsledek vyjádřete ve stupních: $\cos 2x = 2 \sin x$ (10 bodů)

c) Z pozorovatelnosti 15 m vysoké a vzdálené 30 m od břehu se jeví šířka řeky v zorném úhlu $\varphi = 15^\circ$. Vypočítejte šířku řeky. (7 bodů)

d) Načrtněte graf funkce: $y = \cos(x + \frac{\pi}{4}) + 2$. Určete definiční obor a obor hodnot. (4 body)

II. příklad (30 bodů)

a) Umocněte podle binomické věty: $(y - \frac{1}{2y})^5$ $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^6$ (8 bodů)

b) Řešte v N_0 rovnici: $\binom{x-1}{x-3} + \binom{x-2}{x-4} = 4x - 11$ (9 bodů)

c) Určete počet všech přirozených čísel větších než 2000, v jejichž zápisech se vyskytují cifry 1, 2, 4, 6, 8, a to každá nejvýše jednou. (9 bodů)

d) Na danou otázku zaslalo správnou odpověď 7 mužů a 5 žen. Ze správných odpovědí budou vylosováni tři výherci, kteří získají stejné CD. Určete pravděpodobnost, že mezi výherci

*) nebude žádná žena,

**) budou právě dvě ženy,

***) budou nejvýše dvě ženy. (4 bodů)

III. příklad (20 bodů)

III.A) Jsou dány body $A[1,1]$, $B[2,-1]$, $C[3,2]$.

a) Vypočtěte obvod trojúhelníku ABC. (10 bodů)

b) Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC. Uveď co nejpřesněji, o jaký trojúhelník se jedná? (10 bodů)

III.B) a) V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 + a_3 = -4$; $a_2 + a_4 = 0$. Vypočtěte d , s_4 . Ověřte zkouškou. (10 bodů)

b) Vkladatel uložil do banky 60.000 Kč na termínovaný vklad na 2 roky s roční úrokovou mírou 11%. Úroky jsou přisovány čtvrtletně. Jaká je splatná částka po uplynutí dvou let, jestliže vkladatel žádný obnos nevybral a daň z úroků je 15%? (10 bodů)

IV. příklad (20 bodů)

IV.A) a) Sestrojte lichoběžník ABCD, v němž $\alpha = 75^\circ$, $|AC| = 4 \text{ cm}$, $|BD| = 5 \text{ cm}$, $\varepsilon = 120^\circ$ (ε je úhel úhlopříček). Vypracujte všechny náležitosti konstrukční úlohy. (10 bodů)

b) Vypočtete obvod a obsah lichoběžníku ABCD, znáte-li délky stran $|AB| = 8 \text{ cm}$, $|BC| = 6 \text{ cm}$, $|CD| = 2 \text{ cm}$, $|AD| = 6 \text{ cm}$. (10 bodů)

IV.B) Je dána krychle ABCDEFGH, délka hrany $a = 5 \text{ cm}$.

a) Sestrojte řez rovinou IJK, kde :

$I \in BF$	$ FI = 3 BI $	
$J \in CG$	$ CJ = 3 GJ $	
$K \in AD$	$ AK = 2 DK $	(10 bodů)

b) Vypočítejte objem a povrch jehlanu, který má podstavu ABCD ze zadané krychle a vrchol jehlanu V je středem horní podstavy. (10 bodů)